

ЛЕКЦИЯ. ПРОИЗВОДСТВЕННЫЕ ФУНКЦИИ

Во всяком производстве выпуск продукции происходит за счет затраты тех или иных ресурсов – запасов сырья, оборудования (которое при его использовании постепенно изнашивается), рабочей силы. Эти ресурсы могут измеряться в натуральных (килограммы, человеко-часы, киловатт-часы энергии и т.п.), или стоимостных (денежных) единицах. Далее ресурсы будут также именоваться **факторами** производства. В результате производственной деятельности происходит выпуск одного или нескольких видов продукции (далее будем рассматривать случай выпуска одного вида продукции).

Обозначим факторы производства x_i ($i = 1, 2, \dots, n$), а объем производства выпускаемого продукта – y . Очевидно, что объем производства должен зависеть от количества имеющихся ресурсов. Функция

$$y = f(x_1, x_2, \dots, x_n; a_1, a_2, \dots, a_m), \quad (2.1)$$

определяющая эту зависимость, называется **производственной функцией** (ПФ). В выражении производственной функции, кроме факторов производства, могут присутствовать также некие постоянные параметры a_j ($j = 1, 2, \dots, m$).

Если вид функции и значения ее параметров не зависят от времени, то она называется **статической**. Если с течением времени значения параметров меняются, или же время выступает в качестве самостоятельного фактора, то функция называется **динамической**.

Кроме того, как в статических, так и в динамических прикладных производственных функциях величины факторов и объема выпуска продукции "привязываются" к определенному конечному интервалу времени – месяцу, кварталу или году. В теоретических исследованиях удобнее использовать непрерывные производственные функции, в которых эти величины как

бы относят к бесконечно малому периоду времени, что позволяет использовать возможности дифференциального исчисления.

Аналогичное соображение можно высказать и в отношении зависимости производственных функций от других факторов – прикладные производственные функции часто дискретны (их факторы могут принимать только определенные значения). Например, если фактором является численность работников, то его значения могут быть только целыми. Теоретические производственные функции обычно непрерывны.

Конкретный вид производственной функции и значения ее параметров зависит от того, какая экономическая система моделируется, и какие цели преследуются при этом моделировании. Процесс выбора формы производственной функции называется ее **спецификацией**. Выбор может:

а) определяться теоретическими соображениями и представлениями об экономических процессах, происходящих в данной системе;

б) делаться на основе экспериментального (статистического) обследования сходных экономических систем.

Определение значений параметров производственной функции называется ее **параметризацией**. Оценки параметров производственной функции производятся методами регрессионного анализа на основе статистических обследований экономической системы.

Пример 2.1. Степенная производственная функция

$$y = a_0 x^{a_1} \quad (2.2)$$

является однофакторной. Ее параметры положительны; кроме того, обычно в реальных ситуациях $a_1 \leq 1$. В таком случае производственная функция имеет вид, показанный на рис.2.1.

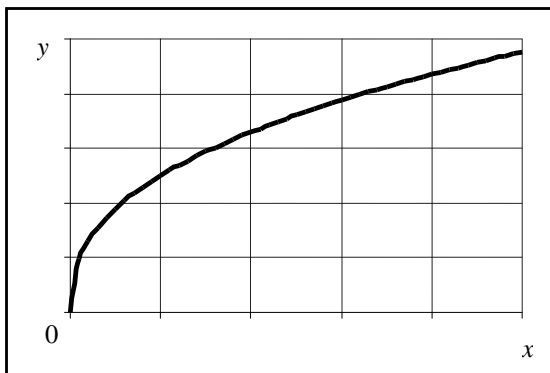


Рис. 2.1. Степенная производственная функция

Из графика видно, что при возрастании объема затрачиваемого ресурса увеличивается и выпуск продукции (что вполне естественно). Однако при увеличении значений x наклон графика падает. Это означает, что с ростом объемов производства каждая новая единица расходуемого ресурса позволяет получать все меньший прирост выпуска продукции. Эта закономерность выражает известный в экономической теории **закон убывающей эффективности**.

Пример 2.2. Двухфакторная производственная функция вида:

$$y = a_0 x_1^{a_1} x_2^{a_2}, \quad (a_1 + a_2 = 1) \quad (2.3)$$

называется производственной **функцией Кобба-Дугласа** (ПФКД) по именам американских экономистов, которые в 1929 г. использовали ее для экономического моделирования.

Схематический график производственной функции Кобба-Дугласа представлен на рис.2.2. Он представляет собой выпуклый "склон", возвышающийся в направлении одновременного возрастания факторов (вдоль пунктирной стрелки ОС).

Сечение графика, соответствующее постоянному значению одного фактора, описывается степенной функцией вида (2.2) (линия АВ). Поэтому для каждого фактора в отдельности выполняется закон убывающей эффективности.

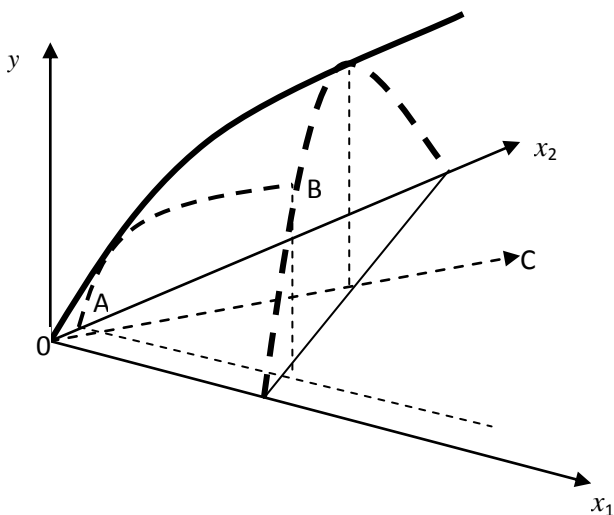


Рис. 2.2. Производственная функция Кобба-Дугласа

Важное значение при исследовании многофакторных производственных функций имеет анализ **линий уровня** (т.е., линий, во всех точках которых значение функции одинаково). Они называются **изоквантами**.

Изокванты производственной функции Кобба-Дугласа показаны на рис. 2.3. Они имеют вид гипербол. Увеличение объема выпуска соответствует переходу с линии на линию в направлении "вверх-вправо". Подобный график называется **картой изоквант**.

Анализируя карту изоквант производственной функции Кобба-Дугласа, можно отметить, что один и тот же выпуск продукции может быть достигнут двумя способами – при использовании малого объема первого ресурса и большого объема второго, и наоборот – если использовать большой объем первого ресурса и малый объем второго. Такое свойство производственной функции Кобба-Дугласа имеет наглядное отражение в реальной действительности.

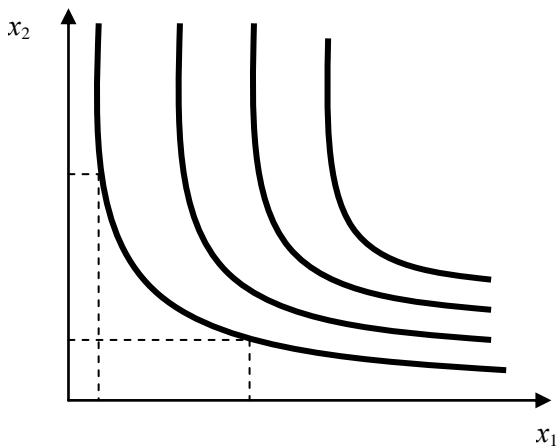


Рис. 2.3. Изокванты производственной функции Кобба-Дугласа

Представим себе, что один из факторов – это численность работников, второй – количество производственных фондов, приходящихся на одного работника (фондовооруженность). Тогда можно видеть, что при малой фондовооруженности для выполнения работы требуется использовать большое число работников – например, рыть котлован силами целой бригады землекопов с лопатами. Если же увеличить фондовооруженность (заменить лопату экскаватором), то для выполнения той же работы понадобится всего один экскаваторщик.

Производственные функции могут иметь различные области приложения. Для микроэкономических производственных функций областью приложения является отдельная фирма, производственный комплекс, отрасль. Макроэкономические производственные функции используются при моделировании региональных и национальных экономик. Основными факторами макроэкономических производственных функций являются K – объем используемого капитала, и L – затраты труда.

Например, для экономики СССР за 1960-1985 гг. по результатам анализа экономических показателей была построена производственная функция

$$Y = 1,022 K^{0,5382} L^{0,4618}. \quad (2.4)$$

Для экономики США за 1950-1979 гг. аналогичная функция имеет вид

$$Y = 2,1005 K^{0,7986} L^{0,2014}. \quad (2.5)$$

Можно отметить, что объем производства в СССР сильнее зависел от численности работников (затрат труда), чем в США. Это может свидетельствовать о большей доле неквалифицированного труда в экономике СССР.

Производственные функции (2.2) и (2.3) являются статическими. Они не учитывают развитие средств производства вследствие научно-технического прогресса. Учет научно-технического прогресса приводит к появлению в производственной функции множителя вида $e^{\lambda t}$, где t – время, λ – положительный коэффициент.